

Braess paradokset, hva er det og hvordan kan det oppstå

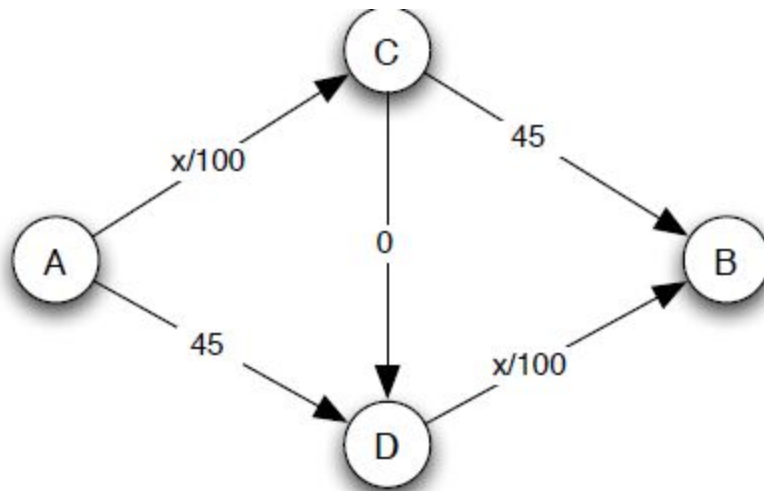
Henrik Størksen Follesø

Nora Gedde

Utgangspunktet for Braess paradokset er trafikksystemer og spillteori. La oss ta for oss en situasjon hvor man skal komme seg fra et sted til et annet og det er flere mulige måter å komme seg dit. For eksempel å komme seg fra forstedene inn til sentrum i rushen. Grunnen til at vi tar utgangspunkt i rushen er for at man da kan tenke seg at det er et jevnt høyt antall biler hver dag, med sjåførere som er vant til å kjøre ruten og dermed lærer seg hvilken rute som er best for dem. Dette blir da en form for et spill, hvor hver spiller er de som kjører på veien og de forskjellige rutene blir mulige strategier. Spillerne er egoistiske og vil minimere den tiden de bruker på å kjøre fra forstedene til sentrum. Dette blir et spill som i utgangspunktet ikke har noen dominante strategier, da en spillers beste alternativ kan være hvilken som helst rute, avhenger av hva de andre velger og hvilken rute som da bruker kortest tid. Spillet vil imidlertid ha en Nashlikevekt, i tilfeller der det er balanse i nettverket og alle rutene tar like lang tid. Når det er balanse i nettverket, så alle rutene tar like lang tid, vil ingen av spillerne ha incentiver til å bytte rute, for da vil ruten de bytter til få en bil til, og da ta lenger tid, balanse i nettverket vil da være eneste nashlikevekten (Andthorn, 2007).

Spillet med trafikksystemer virker veldig greit og intuitivt. Det er fort gjort å tenke seg at når trafikksystemet er i balanse, vil alle bruke minst mulig tid. Det kan imidlertid komme i noen konstraintuitive situasjoner, hvor man det å utbedre og forbedre veinettet og gjøre det raskere, kan føre til at alle bruker lenger tid, det kan forekomme en unik Nash-likevekt, som fører til at alle bruker lenger tid. Dette viser da at Nashlikevekten i slike systemer ikke nødvendigvis trenger å være den mest optimale løsningen. Ved Nashlikevelt vil ikke sjåførene ha incentiver til å endre sin rute. Om systemet ikke er i Nashlikevekt vil sjåførene endre sin rute, helt til systemet er i Nashlikevet, selv om dette vil redusere tiden for alle. Dette fenomenet kalles Braess paradokset oppkalt etter den tyske matematikeren Dietrich Braess som først forklarte fenomenet. (Easley & Kleinberg, 2010)

For å belyse fenomenet kan vi ta for oss et eksempel. Vi tar utgangspunkt i et system hvor hver sjåfør skal komme seg fra A til B og kan velge mellom to ruter, representert i figur 1. Det er 4000 sjåførere som skal denne veien i rushen, antall sjåførere er x . For å komme seg fra start til A tar det $x/100$ minutter. For å komme seg fra A til slutt tar det 45 minutter uansett hvor mange som kjører. På Rute B er det motsatt, her tar det 45 min fra start til B og $x/100$ fra B til slutt.



Figur 1

Med dette veinettet vil man da få en Nashlikevekt hvor det kjører 2000 biler på hver vei, og hver bil vil bruke 65 minutter.

Hvis man så ser for seg at man bygger ut en motorvei mellom A og B, som tar 0 minutter. Når man blir introdusert for dette alternativet ser man for seg at dette vil redusere den totale tiden, men det viser seg at det motsatte skjer. La oss se på hvordan det er mulig.

Nå vil alle velge å begynne med å kjøre veien til A, for om alle kjører den tar det $4000/100=40$ min i verste fall mens B ruten uansett tar 45 minutter. Når du er ved A vil alle rasjonelle sjåførere velge å kjøre til B, som ikke tar noe tid og ta B veien til slutt, som nå tar max 40 min, mot A veien som nå tar 45 minutter. Hele turen tar nå 80 minutter, istedenfor 65, til tross for at det har kommet en stor forbedring på veinettet. Dette vil bli Nashlikevekten i trafikksystemet, for alle sjåførene er egoistiske, så ingen vil ha incentiver til å endre ruten, for det vil øke deres totale tid. Om alle sjåførene derimot hadde valgt å endre kjøremønsteret tilbake, ville de kunne spare 15 minutter. Men siden ingen sjåfører alene har incentiv til å endre strategi, vil ingen gjøre det om de ikke blir tvunget til det. (Andthorn, 2007). Sjåførere som handler egoistisk er kilden til dette paradokset (Chen, 2016).

Dette har man sett i virkelige eksempler, hvor veier har blitt stengt og det faktisk har ført til redusert kjøretid for alle. Et eksempel på dette er Seoul i Sør-Korea, hvor de stengte en motorvei for å bygge en park, og hvor trafikken gikk raskere etter at veien ble stengt.

Det samme så man i Tyskland. I 1969 investerte de i en stor ny vei i Struttgart, men veisituasjonen ble ikke bedre før etter at de stengte den nye veien igjen. Køene i New York ble også redusert etter at man stengte 42nd street (Andthorn, 2007). Etter dette har flere sett på andre veier som forårsaker dette Braess fenomenet, i 2008 pekte Youn, Gastner og Jeong på veier i New York, Boston og London som med fordel kunne bli stengt for å forbedre trafikksituasjonen (Youn, Gastner & Joeng, 2008). Fenomenet er heller ikke utelukkende for trafikksystemer, men man har også sett at man kan se samme dynamikken i strømnnett og mesoskopiske elektronsystemer. Her også prøver molekylene og elektronene å finne beste vei, så samme dynamikken kan oppstå (Pala et al., 2012).

En interessant utvikling som vi i fremtiden kanskje vil se, er selvkjørende biler i stor skala. Dersom man kan samkjøre alle selvkjørende biler i et veisystem kan man angivelig programmere disse til å handle optimalt for hele vegnettet, og ikke bare i sjåførs egeninteresse. Teknologi som dette kan forhindre eller redusere effekten av Braess paradoks, dersom den tillater at spillerne i et nettverk vil handle for å optimere tid brukt for alle. Dette vil kreve at en selvkjørende bil overstyrer eiers egne ønsker og egoistiske handlingsmønster, og det kan være problematisk å overtale eiere til dette. Braess paradoks er dermed et meget interessant eksempel på hva som kan skje dersom man endrer naturlige balanserte nettverk, som differensierer på spilleres egen nytte og egoistiske atferd. Paradokset er et høyst reelt fenomen som er mulig å gjøre noe med, dersom man er oppmerksom på at det kan oppstå. Ekspansjon av nettverk er ikke alltid til nettverkets beste.

Kilder

Andthorn, A. (2007). Braess's paradox [Ebook]. Hentet fra

<http://resources.mpi-inf.mpg.de/departments/d1/teaching/ws12/ct/Braess-paradox.pdf>

Chen, W. (2016). Bad Traffic? Blame Braess' Paradox. Hentet fra

<https://www.forbes.com/sites/quora/2016/10/20/bad-traffic-blame-braess-paradox/#7b49609114b5>

Easley, D., & Kleinberg, J. (2010). Networks, Crowds, and Markets: Reasoning about a Highly Connected World (1st ed.). Cambridge University Press.

Pala, M., Baltazar, S., Liu, P., Sellier, H., Hackens, B., & Martins, F. et al. (2012). Transport inefficiency in branched-out mesoscopic networks: An analog of the Braess paradox. Phys. Rev. Lett. 108, 076802.

Youn, H., Gastner, M., & Joeng, H. (2008). "Price of anarchy in transportation networks: efficiency and optimality control. *Phys. Rev. Lett.* 101.